



**Частное учреждение высшего образования
«Институт государственного администрирования»**

Кафедра математики и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ П.Н. Рузанов

«29» мая 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

по направлению подготовки

38.03.01 ЭКОНОМИКА

профиль «Финансы и кредит»

Квалификация – бакалавр

Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная

Москва 2025 г.

Рабочая программа по дисциплине **«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»** составлена на основании требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат, № 954 от 12.08.2020, для обучающихся по направлению подготовки **38.03.01 Экономика**.

Составитель:

к.э.н. Ветрова В.Д.

РАССМОТРЕНА и ПРИНЯТА

на заседании кафедры

«Математика и информационные
технологии»

«23» мая 2025 г., протокол № 5

В.Д. Ветрова

(подпись)

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Место учебной дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	5
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	6
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий	6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины...	16
6. Методические указания по оформлению разных форм отчетности самостоятельной работы.....	18
7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....	24
8. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	25
9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	31
10. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	32
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).....	32
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).	33
13. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения).....	34

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения данной дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения, а также результатов обучения, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций:

Код и наименование компетенций	Коды и индикаторы достижения компетенций	Коды и результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	РОЗ-УК-1.1: - знать состав, структуру требуемых данных и информации, процессы их сбора, обработки и интерпретации; различные варианты решения задачи
	УК-1.2. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов	РОУ-УК-1.2: - уметь анализировать задачи, выделяя их базовые составляющие; осуществлять декомпозицию задачи; находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи; грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности
	УК-1.3. Анализирует пути решения проблем мировоззренческого, нравственного и личностного характера на основе использования основных философских идей и категорий в их историческом развитии и социально-культурном контексте	РОВ-УК-1.3: - владеть оценкой практических последствий возможных решений задачи
УК-10 Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-10.1. Анализирует экономические решения в различных областях жизнедеятельности	РОЗ-УК-10.1: - знать базовые экономические решения в различных областях жизнедеятельности

	УК-10.2. Участвует в обосновании экономических решений	РОУ-УК-10.2: - уметь принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности
	УК-10.3. Принимает обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	РОВ-УК-10.3: - владеть способностью принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности

2. Место учебной дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Б1.О.7. Дисциплина «**Математический анализ**» реализуется в рамках обязательной части учебного плана подготовки бакалавра для обучающихся по направлению подготовки **38.03.01 Экономика, профиль «Финансы и кредит»** очной, заочной, очно-заочной форм обучения.

Изучение дисциплины базируется на знаниях и умениях, полученных обучающимися ранее в ходе освоения общеобразовательного программного материала по математике средней школы. Изучение дисциплины является базовым для последующего освоения программного материала естественнонаучных дисциплин, изучаемых по указанному направлению, а также профильных дисциплин, в которых используются знания по указанной дисциплине.

Целью изучения дисциплины «Математический анализ» является обучение студентов основным приемам и методам формализации, анализа и исследования прикладных задач средствами дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных, а также элементам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, используемым как средство описания и моделирования разнообразных, в том числе и экономических процессов.

Основными **задачами** курса являются:

- Формирование представлений о месте математического анализа среди других математических наук, предмете изучения дисциплины, о его связях с другими методами математических исследований, о соотношении категорий непрерывного и дискретного, о вкладе математического анализа в изучении гносеологических и прикладных проблем естествознания. Ознакомление с историей возникновения и становления математического анализа как базовой математической дисциплины.
- Освоение основных разделов дисциплины (теория пределов числовых последовательностей и функций, понятие непрерывности, различные виды скоростей изменения функции на промежутке и в точке, экстремумы функций и методы их исследования, теория интегрирования и её приложения, свойства

функций, заданных конечными соотношениями, которые связывают аргумент, функцию и ее производные).

- Формирование базовых представлений о теоретических и практических задачах математического анализа при моделировании технических, биологических, экономических и социальных процессов: формализация, основные допущения и упрощающие предположения, запись определяющих соотношений (уравнений состояния) математической модели, сопоставление с другими моделями и их классификация, понятие иерархии моделей. Понимание ограниченности применения любой модели и необходимости её совершенствования, основываясь на практических наблюдениях и статистическом материале.

- Ознакомление с основными инструментами математического анализа: аналитические, численные и численно-аналитические методы исследования как на бумаге, так и с помощью компьютеров, опираясь на прикладные программы такие как табличный процессор, MS Excel и др.).

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 7 зачетных единиц (ЗЕ), 252 академических часа.

Виды учебной работы	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины (в часах)	252	252	252
Аудиторная работа (в часах):	120	82	24
Лекции (Л)	60	38	12
Практические занятия (ПЗ)	60	44	12
Самостоятельная работа (СР) (в часах)	105	143	219
Контроль	27	27	9
Форма итогового контроля по	Экзамен	Экзамен	Экзамен

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий

Очная форма обучения

Наименование разделов (темы даны после таблиц)	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)			Оценочные средства	Результаты обучения
	Общее к-во	Контактная работа	СР		

	часов	Всего часов	Л	ПЗ			
Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	26	16	8	8	10	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.	26	16	8	8	10	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	26	16	8	8	10	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.	26	12	6	6	14	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.	26	12	6	6	14	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	24	12	6	6	12	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 13. Безусловный экстремум функции.	24	12	6	6	12	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) n -го порядка.	24	12	6	6	12	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го	23	12	6	6	11	Опрос Решение	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2,

порядка с постоянными коэффициентами.						задач	РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Экзамен	27	-	-	-	-		
Всего по курсу часов:	252	120	60	60	105		

Очно-заочная форма обучения

Наименование разделов (темы даны после таблиц)	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)					Оценочные средства	Результаты обучения
	Общее к-во часов	Контактная работа			СР		
		Всего часов	Л	ПЗ			
Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	26	10	6	4	16	Опрос Решение задач	Р03-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.	26	10	4	6	16	Опрос Решение задач	Р03-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	26	10	4	6	16	Опрос Решение задач	Р03-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.	26	10	4	6	16	Опрос Решение задач	Р03-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.	26	10	4	6	16	Опрос Решение задач	Р03-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3

Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	24	8	4	4	16	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 13. Безусловный экстремум функции.	24	8	4	4	16	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) n-го порядка.	24	8	4	4	16	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	23	8	4	4	15	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Экзамен	27						
Всего по курсу часов:	252	82	38	44	143		

Заочная форма обучения

Наименование разделов (темы даны после таблиц)	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)					Оценочные средства	Результаты обучения
	Общее к-во часов	Контактная работа			СР		
		Всего часов	Л	ПЗ			
Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	26	2	2	-	24	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.	26	2	-	2	24	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	26	2	2	-	24	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование	26	2	-	2	24	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3

некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.							
Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.	26	2	2	-	24	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	28	2	-	2	26	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 13. Безусловный экстремум функции.	28	4	2	2	24	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) n-го порядка.	28	4	2	2	24	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	29	4	2	2	25	Опрос Решение задач	РОЗ-УК-1.1, УК-10.1, РОУ-УК-1.2, УК-10.2, РОВ-УК-1.3, УК-10.3
Экзамен	9	-	-	-	-		
Всего по курсу часов:	252	24	12	12	219		

Содержание разделов и тем дисциплины

Математический анализ функций одной переменной

Тема 1. Теория пределов.

Числовая последовательность и предел числовой последовательности. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Второй замечательный предел. Число e – основание натуральных логарифмов. Элементарные функции. Предел функции, определение и свойства. Первый и второй замечательный предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Техника вычисления пределов функций.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Элементарные приемы раскрытия неопределенностей вида $\left\{\frac{0}{0}\right\}$ и $\left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$
2. Использование второго замечательного предела.

3. Числовые ряды. Частичная сумма ряда.
4. Признаки сходимости числового ряда. Суммирование числового ряда.

3. Непрерывные функции. Разрывные функции. Точки разрыва и их классификация.

4. Свойства функции, непрерывной на отрезке. Использование непрерывности функций в практических задачах.

Цели обсуждения: освоить понятие числовой последовательности и предел числовой последовательности; освоить ключевое понятие математического анализа – предел функции.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Понятие производной функции, её геометрический и физический смысл. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Вычисление производных с использованием таблицы производных и правил дифференцирования.

2. Дифференциал функции. Производная сложной и обратной функций.

3. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа.

4. Признаки возрастания и убывания функций.

Цели обсуждения: обучение навыкам дифференцирования функций.

Тема 3. Формула Тейлора.

Производные и дифференциалы 2-го и более высокого порядка. Физический смысл производной второго порядка. Правило Лопиталя. Сравнительная скорость роста показательной, логарифмической и степенной функций. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Остаточный член и его формы.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Понятие производной n -го порядка.

2. Высшие производные некоторых функций.

3. Дифференциалы высших порядков.

4. Вычисление коэффициентов ряда Тейлора.

5. Степенные ряды простейших элементарных функций.

6. Интервал сходимости степенного ряда. Признаки сходимости.

7. Формула Тейлора и направление выпуклости графика функции.

8. Точки перегиба.

Цели обсуждения: освоение универсального инструмента для исследования функций – формулы Тейлора.

Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.

Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Описание множества точек, подозрительных на экстремум. Достаточные условия экстремума по смене знака первой производной. Достаточные условия экстремума по высшим производным.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Выделение точек, подозрительных на экстремум функции.

2. Применение достаточных условий экстремума по первой производной.
3. Применение достаточных условий экстремума по высшим производным.

Цели обсуждения: научиться находить точки экстремума функций и определять тип экстремума.

Тема 5. Исследование функций и построение графиков.

Порядок построения графика функции. Особые точки на графике. Асимптоты графика функции.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Определить область существования этой функции и исследовать поведение функции в граничных точках последней;
2. Выяснить симметрию графика и периодичность;
3. Найти точки разрыва функции и промежутки непрерывности;
4. Определить нули функции и области постоянства знака;
5. Найти точки экстремума и выяснить промежутки возрастания и убывания функции;
6. Определить точки перегиба и установить промежутки вогнутости и выпуклости;
7. Найти асимптоты в случае их существования.

Цели обсуждения: развитие навыков построения графиков функций по характерным точкам, обучение технике построения графика функции.

Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.

Определение и свойства неопределённого интеграла. Таблица первообразных. Приёмы вычисления первообразных непосредственным интегрированием, подстановкой и по частям.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Использование таблицы первообразных.
2. Элементарные приёмы интегрирования.
3. Применение методов интегрирования подстановкой и по частям.

Цели обсуждения: освоение понятия неопределённого интеграла и простейших приёмов интегрирования.

Тема 7. Интегрирование рациональных функций.

Вычисление неопределённого интеграла $\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx$

Интегрирование рациональных функций с помощью разложения в сумму простейших дробей. Приём разложения дроби на простейшие, когда знаменатель – произведение простых биномов.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Представление рациональных функций в виде суммы простейших дробей.
2. Интегрирование простейших дробей.

Цели обсуждения: освоение метода разложения на простейшие дроби для вычисления интегралов от рациональных функций.

Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции.

Подстановки Эйлера. Рационализация тригонометрических выражений и выражений, содержащих степени с рациональными показателями.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Вычисление интегралов вида $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ с помощью подстановок Эйлера.
2. Использование рационализирующих подстановок в виде тангенса половинного угла.
3. Подстановки, рационализирующие иррациональные выражения.
4. Вычисление интегралов вида $\int R(x, x^{\frac{r}{k}}, \dots, x^{\frac{m}{n}}) dx$.

Цели обсуждения: изучить рационализирующие подстановки.

Тема 9. Определенный интеграл.

Определённый интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Некоторые приложения определённого интеграла.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Вычисление определённого интеграла, исходя из его свойства как площади криволинейной трапеции со знаком.
2. Непосредственные применения формулы Ньютона-Лейбница.
3. Замена переменной в определенном интеграле.
4. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
5. Вычисление работы силы, длины пройденного телом пути.
6. Вычисление площади криволинейной трапеции.
7. Вычисление объёма тел вращения.
8. Понятие о несобственных интегралах.

Цели обсуждения: освоить понятие определённого интеграла, его геометрический смысл и физические приложения.

Математический анализ функций нескольких переменных

Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов.

Множество допустимых значений аргументов и множество значений функции. Открытые и замкнутые множества на плоскости и в пространстве. Их свойства. Линии уровня и их применение для решения простейших задач на экстремум. Определение предела функции двух переменных. Предел функции по

направлению. Определение непрерывности функции. Свойства непрерывной функции, заданной на компактном множестве.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Примеры поверхностей, изображаемых функциями двух переменных.
2. Представление области определения функции двух переменных на плоскости.
3. Построение линий уровня и их использование.
4. Вычисление пределов функции двух переменных.
5. Непрерывность функции, свойства и применения.

Цели обсуждения: освоить основные понятия многомерного анализа.

Тема 11. Частные производные первого порядка.

Частные производные первого порядка функции нескольких переменных. Условие дифференцируемости функции в точке. Дифференцирование сложной функции. Дифференциал функции.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Правила вычисления частных производных первого порядка функции нескольких переменных.
2. Производные сложной функции.
3. Дифференцирование функции по направлению.
4. Градиент функции. Направления наибольшего возрастания и убывания функции.
5. Дифференциал.
6. Дифференцирование сложной функции с помощью дифференциала.

Цели обсуждения: научиться и закрепить навыки дифференцирования функций нескольких переменных.

Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных 2-го порядка. Правила вычисления высших дифференциалов функции. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Вычисление частных производных второго порядка.
2. Вычисление дифференциалов 2-го порядка.
3. Квадратичная форма дифференциала 2-го порядка.
4. Определение положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.
5. Критерий Сильвестра положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.
6. Формула Тейлора.

Цели обсуждения: освоить навыки вычисления частных производных высших порядков и формулы Тейлора, как инструмента для исследования функций на экстремум.

Тема 13. Безусловный экстремум функции.

Локальный минимум функции и локальный максимум. Безусловный экстремум. Необходимые и достаточные условия локального экстремума для функции 2-х переменных.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Отыскание точек подозрительных на экстремум (использование необходимых условий экстремума).
2. Использование достаточных условий экстремума функции.

Цели обсуждения: научиться находить безусловные экстремумы функций нескольких переменных.

Классическая задача математического программирования.

Метод множителей Лагранжа, его модификация. Необходимые и достаточные условия экстремума функции с ограничениями-равенствами.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Составление функции Лагранжа.
2. Представление необходимых условий экстремума с помощью функции Лагранжа.
3. Поиск точек подозрительных на экстремум.
4. Проверка достаточные условия экстремума целевой функции, когда существует экстремум функции Лагранжа.
5. Проверка достаточные условия экстремума целевой функции, когда не существует экстремум функции Лагранжа.

Цели обсуждения: освоить технику решения задач на условный экстремум.

Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) n -го порядка.

Примеры из физики и экономики. Нормальная форма ОДУ n -го порядка, разрешённого относительно старшей производной. ОДУ 1-го порядка $y' = f(x, y)$. Его общее и частное решения. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особое решение задачи Коши.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Решение однородных ОДУ 1-го порядка с разделяющимися переменными.
2. Решение задачи Коши.
3. Линейное ОДУ 1-го порядка.
4. Решение неоднородных ОДУ 1-го порядка методом вариации произвольной постоянной.
5. Уравнение Бернулли.
6. Уравнение Риккатти.

Цели обсуждения: овладение навыками решения ОДУ с разделяющимися переменными.

Общая теория линейного ОДУ n -го порядка.

Содержание лекции. Теорема: множество решений линейного ОДУ n -го порядка образуют линейное векторное подпространство размерности n . Формула Лиувилля. Фундаментальная система решений задачи Коши.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Исследование системы функций на линейную зависимость с помощью детерминанта Вронского.
2. Построение дифференциального уравнения по фундаментальной системе решений.
3. Нахождение общего решения уравнения второго порядка (у которого известно одно частное решение) с помощью формулы Лиувилля.

Цели обсуждения: углубить знания о свойствах решений линейных дифференциальных уравнений.

Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Вид общего решения в зависимости от знака дискриминанта характеристического уравнения. Линейное неоднородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Составление характеристического уравнения.
2. Запись общего решения в зависимости от знака его дискриминанта.

Цели обсуждения: научиться решать ОДУ указанного вида в общем случае.

Линейное неоднородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Структура частного решения. Метод неопределенных коэффициентов.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Структура частного решения.
2. Метод неопределенных коэффициентов.

Цели обсуждения: изучить структуру частного решения ОДУ указанного вида и научиться применять метод неопределенных коэффициентов.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное освоение дисциплины предполагает активное, творческое участие обучающихся путем планомерной, повседневной работы.

Общие рекомендации

Обучение предполагает изучение содержания дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий/семинаров. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в локальной информационно-библиотечной системе Института, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

При подготовке к аудиторным занятиям необходимо помнить особенности каждой формы его проведения.

Работа с конспектом лекций

Просмотрите конспект сразу после занятий. Отметьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на текущей консультации или на ближайшей лекции за помощью к преподавателю.

Каждую неделю отводите время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам и тестам.

Выполнение практических заданий

На первом занятии получите у преподавателя тематику практических заданий на текущий семестр и методические рекомендации.

Перед выполнением практических заданий изучите теорию вопроса, предполагаемого к исследованию, ознакомьтесь с руководством по соответствующей работе и подготовьте протокол проведения работы, в который занесите название и цели работы.

При подготовке и работе во время проведения практических занятий следует обратить внимание на следующие моменты: на процесс предварительной подготовки, на работу во время занятия, обработку полученных результатов, исправление полученных замечаний.

Предварительная подготовка к практическому занятию заключается в изучении теоретического материала в отведенное для самостоятельной работы время, ознакомление с инструктивными материалами с целью осознания задач практического занятия.

Работа во время проведения практического занятия включает несколько моментов:

- консультирование обучающихся преподавателями с целью предоставления исчерпывающей информации, необходимой для самостоятельного выполнения предложенных преподавателем задач;
- самостоятельное выполнение заданий согласно обозначенной тематики.

Обработка, обобщение полученных результатов работы проводится обучающимися самостоятельно или под руководством преподавателя (в зависимости от степени сложности поставленных задач). В результате оформляется индивидуальный отчет. Подготовленная к сдаче на контроль и оценку работа сдается преподавателю. Форма отчетности может быть письменная, устная или две одновременно. Главным результатом в данном случае служит получение положительной оценки по каждому практическому занятию. Это является необходимым условием при проведении рубежного контроля и допуска к зачету. При получении неудовлетворительных результатов обучающийся имеет право в дополнительное время пересдать преподавателю работу до проведения промежуточной аттестации.

Семинарские занятия

Следует разумно организовывать работу по подготовке к семинарскому занятию. К теме каждого семинара даётся определённый план, состоящий из нескольких вопросов, рекомендуется список литературы, в том числе, и обязательной. Работу следует начинать с прочтения рекомендованных глав из различных учебников, ознакомиться с остальной рекомендованной литературой. Далее следует проанализировать информацию из каждого источника. Выводы из анализа должны делаться самостоятельно, хотя в науке не следует пренебрегать авторитетом знаменитых авторов, но следует помнить, что не все научные положения являются бесспорной истиной.

Критическое отношение (конечно, обдуманное) является обязательным элементом научной аналитической работы.

Подготовьте ответы на каждый вопрос плана. Каждое положение ответа подтверждается (если форма семинара это предусматривает) выдержкой из документа. Подготовку следует отразить в виде плана в специальной тетради подготовки к семинарам.

Следует продумать ответы на так называемые «проблемно-логические» задания. Каждое из этих заданий связано с работой по сравнению различных исторических явлений, обоснованием какого-либо тезиса, раскрытием содержания определённого понятия. Их следует продумать, а те, которые указаны преподавателем, можно выполнить как краткую письменную работу на одной – двух тетрадных страничках.

Если преподавателем поручено подготовить доклад или сообщение по какой-то указанной теме, то он готовится и в письменной и в устной форме (в расчете на 5-7 минут сообщения). После этого необходимо обсудить его на семинаре на предмет соответствия критериям: полнота, глубина раскрытия темы, самостоятельность выводов, логика развития мысли.

На семинарском занятии приветствуется любая форма вовлеченности: участие в обсуждении, дополнения, критика – всё, что помогает более полному и ясному пониманию проблемы.

Результаты работы на семинаре преподаватель оценивает и учитывает в ходе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Подготовка к экзамену (зачёту)

К экзамену (зачёту) необходимо готовится целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить дисциплину в период зачетно-экзаменационной сессии, как правило, показывают не слишком удовлетворительные результаты.

При подготовке к экзамену (зачёту) обратите внимание на защиту практических заданий на основе теоретического материала.

При подготовке к экзамену (зачёту) по теоретической части выделите в вопросе главное, существенное (понятия, признаки, классификации и пр.), приведите примеры, иллюстрирующие теоретические положения.

6. Методические указания к оформлению разных форм отчетности по самостоятельной работе

Основу работы при самостоятельном изучении тем дисциплины составляет работа с учебной и научной литературой, с Интернет-ресурсами.

Последовательность действий, которых целесообразно придерживаться при работе с литературой:

1. Сначала прочитать весь текст в быстром темпе. Цель такого чтения заключается в том, чтобы создать общее представление об изучаемом предмете (не запоминать, а понять общий смысл прочитанного).

2. Затем прочитать вторично, более медленно, чтобы в ходе чтения понять и запомнить смысл каждой фразы, каждого положения и вопроса в целом.
3. Чтение желательно сопровождать записями. Это может быть составление плана прочитанного текста, тезисы или выписки, конспектирование и др. Выбор вида записи зависит от характера изучаемого материала и целей работы с ним. Если содержание материала несложное, легко усваиваемое, можно ограничиться составлением плана. Если материал содержит новую и трудно усваиваемую информацию, целесообразно его законспектировать. Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах:
 1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;
 2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;
 3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;
 4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;
 5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

План - это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Различаются четыре типа конспектов.

План-конспект - это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.

Текстуальный конспект - это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.

Свободный конспект - это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.

Тематический конспект - составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

В процессе изучения материала источника, составления конспекта нужно обязательно применять различные выделения, подзаголовки, создавая блочную структуру конспекта. Это делает конспект легко воспринимаемым, удобным для работы.

Эссе

Написание эссе – это вариант творческой работы, в которой должна быть выражена позиция автора по избранной теме.

Эссе – прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции, трактующее тему и представляющее попытку передать индивидуальные впечатления и соображения, так или иначе, с ней связанные.

Алгоритм выполнения задания:

1. Выбрать тему эссе, если она не задана изначально.
2. Сформулировать предмет анализа в эссе или исходные тезисы.
3. Правильно подобрать и эффективно использовать необходимые источники (желательно, чтобы в их число входили первоисточники).
4. Критически проанализировать различные факты и оценить их интерпретацию.
5. Сформулировать собственные суждения и оценки, основанные на свидетельствах и тщательном изучении источника.

Эссе должно включать следующие части, отвечающие определенным требованиям:

1. Краткое содержание, в котором необходимо:
 - 1.1. четко определить тему и предмет исследования или основные тезисы;
 - 1.2. кратко описать структуру и логику развития материала;
 - 1.3. сформулировать основные выводы.
2. Основная часть эссе содержит основные положения и аргументацию.
3. Заключение, в котором следует:
 - 3.1. четко выделить результаты исследования и полученные выводы;
 - 3.2. обозначить вопросы, которые не были решены, и новые вопросы, появившиеся в процессе исследования.
4. Библиография.

При оформлении работы необходимо придерживаться требований к написанию курсовой работы.

Реферат – форма научно-исследовательской деятельности, направленная на развитие научного мышления, на формирование познавательной деятельности по предмету через комплекс взаимосвязанных методов исследования, на самообразование и творческую деятельность.

Какие **задачи решает** данная форма научно-исследовательской деятельности?

1. Расширяет знания по общим и частным вопросам предмета.
2. Способствует формированию умений и навыков самостоятельной исследовательской работы; закладывает базу для научного исследования в профессиональной области и т.д.
3. Содействует формированию библиографических знаний и умений.

4. Формирует навык оформления научных работ.

Какие можно выделить *этапы и методы исследования* в разработке темы?

1. Изучение литературы по теме.
2. Обоснование актуальности темы.
3. Подбор материала для написания основной части реферата.
4. Выделение вопросов, предлагаемых для эмпирического исследования.
5. Подбор иллюстративного материала по теме реферата (если требует необходимость исследования).
6. Определение результатов исследования.

Рефераты могут носить как теоретический, так и практический характер.

Оценивается работа по следующим критериям:

1. Актуальность темы исследования.
2. Характер изложения материала: научность, доступность, последовательность, язык изложения, вызывает ли интерес, прочитанный материал и т.д.
3. Наличие графических работ, их качество (если требует необходимость исследования).
4. Наличие иллюстративного материала, его соответствие тематике исследования (если требует необходимость исследования).
5. Оформление работы.
6. Качество защиты: знание материала, использование наглядных пособий, ответы на вопросы.

Методические рекомендации к подготовке и оформлению рефератов.

1. Приступая к выполнению работы необходимо внимательно ознакомиться с предлагаемой тематикой. Исходя из собственных интересов, наличия литературы или возможности получить ее в библиотеке, обучающийся должен выбрать для работы одну из рекомендуемых тем.
2. Работая с библиографическими источниками, следует помнить, что почти во всех книгах имеется список литературы, который дает представление о наиболее значимых работах в соответствующей научной отрасли. Это облегчат целенаправленный поиск литературы. Приемлемым количеством литературных источников можно считать 10 книг. Главное для автора — показать, что он знаком с важнейшими работами по данному вопросу и сумел на их основе всесторонне раскрыть тему.
3. Просмотрев основную литературу, составляете план работы.
4. Далее приступаете к написанию черновика работы. Работу с литературными источниками необходимо проводить в форме конспектирования текста своими словами, а не переписыванием его. Конспект лучше делать на небольших листах бумаги и на один лист писать только те материалы, которые относятся к одному пункту плана. По вопросам, которые вызывают затруднения необходимо проводить индивидуальную консультацию с преподавателем. Отработав тщательно черновик, приступаете к оформлению работы начисто.
5. Работа не должна быть объемной (15 печатных страниц).

Доклад – это вид самостоятельной работы, заключающийся в разработке обучающимися темы на основе изучения литературы и развернутом публичном сообщении по данной проблеме.

Отличительными признаками доклада являются:

1. передача в устной форме информации;
2. публичный характер выступления; — стилевая однородность доклада;
3. четкие формулировки и сотрудничество докладчика и аудитории;
4. умение в сжатой форме изложить ключевые положения исследуемого вопроса и сделать выводы.

В ходе самостоятельной подготовки к семинарским занятиям, особенно по гуманитарным дисциплинам, обучающимся может использоваться, к примеру, так называемый метод контрфактического моделирования событий, который научит их самостоятельно рассуждать о минувших, а также современных событиях, покажет мотивы принятия людьми решений, причины совершенных ошибок. Такая работа, в процессе которой приходится сравнивать, сопоставлять, выявлять логические связи и отношения, применять методы анализа и синтеза, позволит успешно в дальнейшем подготовиться к зачетам, экзаменам и тестированию.

Презентация — это документ или комплект документов, предназначенный для представления чего-либо (организации, проекта, продукта и т.п.). Цель презентации — донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации в удобной форме.

Стиль презентации

1. Вся презентация должна быть выдержана в едином стиле, на базе одного шаблона.
2. Стиль включает в себя:
 - 2.1. общую схему шаблона: способ размещения информационных блоков;
 - 2.2. общую цветовую схему дизайна слайда;
 - 2.3. цвет фона или фоновый рисунок, декоративный элемент небольшого размера и др.;
 - 2.4. параметры шрифтов (гарнитура, цвет, размер) и их оформления (эффекты), используемых для различных типов текстовой информации (заголовки, основной текст, выделенный текст, гиперссылки, списки, подписи);
 - 2.5. способы оформления иллюстраций, схем, диаграмм, таблиц и др.

Правила использования цвета.

Одним из основных компонентов дизайна учебной презентации является учет физиологических особенностей восприятия цветов человеком. К наиболее значимым из них относят:

1. стимулирующие (теплые) цвета способствуют возбуждению и действуют как раздражители (в порядке убывания интенсивности воздействия): красный, оранжевый, желтый;
2. дезинтегрирующие (холодные) цвета успокаивают, вызывают сонное состояние (в том же порядке): фиолетовый, синий, голубой, сине-зеленый; зеленый;

3. нейтральные цвета: светло-розовый, серо-голубой, желто-зеленый, коричневый;
4. сочетание двух цветов — цвета знака и цвета фона — существенно влияет на зрительный комфорт, причем некоторые пары цветов не только утомляют зрение, но и могут привести к стрессу (например, зеленые буквы на красном фоне);

Правила использования фона

1. Фон является элементом заднего (второго) плана, должен выделять, оттенять, подчеркивать информацию, находящуюся на слайде, но не заслонять ее.
2. Легкие пастельные тона лучше подходят для фона, чем белый цвет.
3. Для фона предпочтительны холодные тона.

Правила использования текстовой информации

Не рекомендуется:

1. перегружать слайд текстовой информацией;
2. использовать блоки сплошного текста;
3. в нумерованных и маркированных списках использовать уровень вложения глубже двух;
4. использовать переносы слов;
5. использовать наклонное и вертикальное расположение подписей и текстовых блоков;
6. текст слайда не должен повторять текст, который преподаватель произносит вслух (зрители прочитают его быстрее, чем расскажет преподаватель, и потеряют интерес к его словам).

Рекомендуется:

1. сжатость и краткость изложения, максимальная информативность текста: короткие тезисы, даты, имена, термины — главные моменты опорного конспекта;
2. использование коротких слов и предложений, минимум предлогов, наречий, прилагательных;
3. использование нумерованных и маркированных списков вместо сплошного текста;
4. использование табличного (матричного) формата предъявления материала, который позволяет представить материал в компактной форме и наглядно показать связи между различными понятиями;
5. выполнение общих правил оформления текста;
6. тщательное выравнивание текста, буквиц, маркеров списков.

Правила использования шрифтов

При выборе шрифтов для представления вербальной информации презентации следует учитывать *следующие правила*:

1. Не рекомендуется смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.
2. Учитывая, что гладкие (плакатные) шрифты, т. е. шрифты без засечек (типа Arial, Tahoma, Verdana и т.п.) легче читать с большого расстояния, чем шрифты с засечками (типа Times), то:
 - 2.1. для основного текста предпочтительно использовать плакатные шрифты;

- 2.2. для заголовка можно использовать декоративный шрифт, если он хорошо читаем и не контрастирует с основным шрифтом.
3. Текст должен быть читабельным (его должно быть легко прочесть с самого дальнего места).
4. Рекомендуемые размеры шрифтов:
- 4.1. для заголовков — не менее 32 пунктов и не более 50, оптимально — 36 пункта;
- 4.2. для основного текста — не менее 18 пунктов и не более 32, оптимально — 24 пункта.

Правила использования графической информации

Динамика взаимоотношений визуальных и вербальных элементов и их количество определяются функциональной направленностью учебного материала. Изображение информативнее, нагляднее, оно легче запоминается, чем текст. Поэтому, если можно заменить текст информативной иллюстрацией, то лучше это сделать.

При использовании графики в презентации следует выполнять следующие правила и рекомендации, обусловленные законами восприятия человеком зрительной информации:

Анимационные эффекты

1. Рекомендуется использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде. Однако не стоит чрезмерно насыщать презентацию такими эффектами, иначе это вызовет негативную реакцию аудитории.
2. Анимация должна быть сдержанна, хорошо продумана и допустима:
- 2.1. для демонстрации динамичных процессов;
- 2.2. для привлечения внимания слушателей, создания определенной атмосферы презентации.
3. Анимация текста должна быть удобной для восприятия: темп должен соответствовать технике чтения обучающихся.
4. Не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами, они не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде.
5. Анимация не должна быть слишком активной. Особенно нежелательны такие эффекты, как вылет, вращение, волна, побуквенное появление текста и т.д. В учебных презентациях для детей и подростков такие эффекты, как движущиеся строки по горизонтали и вертикали, запрещены нормативными документами.

Важнейшим свойством мультимедийного блока является скорость и качество его работы в составе презентации. С этой точки зрения наличие большого количества мультимедийных блоков в презентации нецелесообразно, так как может значительно замедлить ее работу.

Учет указанных особенностей конструирования и оформления презентации в значительной степени влияет на эффективность восприятия представленной в ней информации.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной

работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся, как важный момент освоения содержания дисциплины **«Математический анализ»**, и как следствие образовательной программы высшего образования по указанному направлению подготовки, предполагает разнообразные виды и формы её проведения.

Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на самостоятельную работу на внеаудиторных занятиях, которые составляет примерно 50 % от общего объема дисциплины на очной форме обучения и около 80 % на заочной форме обучения.

В данном разделе предлагается учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся, которое выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа обучающихся включает следующие формы:

- аудиторная самостоятельная работа;
- внеаудиторная самостоятельная работа;
- творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Аудиторная самостоятельная работа обучающихся по данной дисциплине предусматривает:

- выполнение самостоятельных работ;
- выполнение контрольных и практических работ;
- решение задач теоретической и практической направленности;
- работу со справочной, методической и научной литературой;
- решение кейсов, деловые игры.

Основными видами самостоятельной работы обучающихся при изучении данной дисциплины являются:

- подготовка к аудиторным занятиям и выполнение заданий разного уровня сложности: к проблемным лекциям, семинарам, дискуссиям, коллоквиумам и т.п.;
- изучение отдельных тем или вопросов учебной дисциплины, составление конспектов, самоконтроль знаний;
- выполнение контрольных работ, контрольных домашних работ, творческих заданий;
- подготовка докладов, сообщений, рефератов, эссе, презентаций, резюме и т.д.;
- выполнение тестовых заданий с использованием интернет-тренажеров;
- подготовка к участию в научных и научно-практических конференциях и семинарах.

8. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств – комплект методических материалов, нормирующих процедуры оценивания результатов обучения, т.е. установления соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям образовательных программ, рабочих программ дисциплин (модулей).

ФОС как система оценивания состоит из трех частей:

1. Структурированного перечня объектов оценивания (кодификатора / структурной матрицы формирования и оценивания результатов обучения ОПВО, дисциплины);

2. Базы учебных заданий;

3. Методического оснащения оценочных процедур.

ФОС оформлен как Приложение к рабочей программе дисциплины.

Вопросы для подготовки к экзамену:

Часть I. Математический анализ функций одной переменной

1. Степенная функция (свойства, график).
2. Показательная функция (свойства, график).
3. Логарифмическая функция (свойства, график).
4. Основные тригонометрические функции на тригонометрическом круге (определения и свойства).
5. Четные и нечетные функции (определения, примеры).
6. Функция одной переменной (определение и способы задания функции).
7. Элементарные функции (определение).
8. Рациональная функция и ее график.
9. Предел числовой последовательности (определение и свойства пределов).
10. Свойства сходящихся последовательностей.
11. Признак Вейерштрасса существования предела последовательности. Второй замечательный предел (без доказательства).
12. Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.
13. Предел функции (определение, свойства пределов).
14. Первый замечательный предел.
15. Определение функции, непрерывной в точке. Свойства функции, непрерывной на отрезке (без доказательства). Показать эти свойства на примере: $y = x^3$, $-2 \leq x \leq 1$.
16. Теорема о непрерывности элементарных функций (формулировка, примеры).

17. Наклонные асимптоты графика функции одной независимой переменной.
18. Производная функции. Теорема о связи существования производной функции в точке с непрерывностью функции в этой точке.
19. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
20. Производная сложной функции.
21. Производная обратной функции (пример: вывод формулы для производной функции $y = \arcsin x$).
22. Теорема Лагранжа о конечных приращениях (формулировка и доказательство).
23. Формула Тейлора для функции с остаточным членом в форме Лагранжа (без доказательства).
24. Описание множества точек, подозрительных на экстремум функции одной независимой переменной.
25. Производная суммы, произведения и частного двух функций (с доказательством какой-либо одной из этих формул на выбор).
26. Формула Тейлора для функции одной переменной с остаточным членом в локальном виде.
27. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда.
28. Необходимое условие экстремума функции одной переменной. Классификация точек подозрительных на экстремум.
29. Достаточное условие экстремума функции в стационарной точке по смене знака производной этой функции в окрестности данной точки.
30. Достаточный признак экстремума функции в стационарной точке по знаку ненулевой производной минимального порядка, вычисленной в этой точке.
31. Правило Лопиталя (без доказательства). Теорема о сравнительной скорости роста степенной и логарифмической функций на бесконечности.
32. Правило Лопиталя (без доказательства). Теорема о сравнительной скорости роста степенной и показательной функций на бесконечности.
33. Точка перегиба на графике функции (определение и аналитический признак).
34. Формула Ньютона-Лейбница.
35. Геометрический смысл определенного интеграла. Вычисление площади фигуры, ограниченной эллипсом.
36. Объем тела, полученного вращением криволинейной трапеции вокруг оси Ox .

37. Замена переменной в определенном интеграле.
38. Объем тела, полученного вращением криволинейной трапеции вокруг оси Oy .
39. Теорема об интегрировании рациональных функций с помощью разложения на простейшие дроби (формулировка).
40. Рационализирующая подстановка $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.
41. Вычисление неопределенного интеграла вида $\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx$.
42. Вычисление неопределенного интеграла вида $\int R(x, x^{\frac{r}{k}}, \dots, x^{\frac{m}{n}}) dx$, где R – выражение, полученное при помощи четырех арифметических действий над указанными степенями x , показатели степеней – рациональные числа.
43. Вычисление неопределенного интеграла вида $\int \frac{Ax + B}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$.
44. Формула интегрирования по частям (пример: вычисление первообразной $\int \sqrt{x^2 + 1} dx$).
45. Свойства неопределенных интегралов.
46. Замена переменной в неопределенном интеграле (пример: вычисление первообразной $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$).
47. Площадь криволинейной трапеции (определение и формула для вычисления площади).
48. Вычисление неопределенного интеграла $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ (при помощи замены $x = a \sin t$).
49. Замена переменной в неопределенном интеграле (пример: вычисление первообразной $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ при помощи замены $x = a \sin t$).
50. Вычисление неопределенного интеграла вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$, где R – выражение от $\sin x$ и $\cos x$, полученное с помощью четырех арифметических действий.
51. Формула интегрирования по частям (пример: вычисление первообразной $\int \sqrt{1 - x^2} dx$).

52. Теорема: $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ для любой непрерывной на отрезке $[a, b]$ функции $f(x)$.

Дифференциальное исчисление.

1. Определение открытого множества. Определение ограниченного множества. Примеры.
2. Определение замкнутого множества. Определение компакта. Может ли множество точек на плоскости быть одновременно открытым и замкнутым?
3. Определение области. Линии уровня функции. Направление наибольшего возрастания (убывания) функции в точке. Градиент.
4. Определение предела функции двух переменных.
5. Определение непрерывности функции. Свойства непрерывной функции, заданной на компактном множестве (показать на примере).
6. Частные производные первого порядка функции нескольких переменных. Условие дифференцируемости функции в точке.
7. Связь между непрерывностью функции в точке и ее дифференцируемостью в этой точке.
8. Дифференциал функции. Правила вычисления дифференциалов 1-го и 2-го порядков.
9. Частные производные высшего порядка функции многих переменных. Теорема о равенстве смешанных частных производных 2-го порядка (формулировка).
10. Дифференцирование сложной функции нескольких переменных. Дифференцирование функции одной переменной, заданной неявно.
11. Теорема о неявной функции.
12. Выписать формулу Тейлора для функции двух переменных с остаточным членом 2-го порядка в форме Лагранжа.
13. Определение производной по направлению. Формула для производной функции по заданному направлению. Градиент функции, свойства градиента и антиградиента.

Экстремум функций нескольких переменных.

1. Локальный экстремум функции. Необходимое условие безусловного экстремума дифференцируемой функции.
2. Описание множества точек функции $z = f(x, y)$, подозрительных на экстремум.
3. Матрица Гессе. Определение положительной (отрицательной)

определенности матрицы. Критерий Сильвестра положительной (отрицательной) определенности матрицы.

4. Локальный экстремум функции. Достаточное условие экстремума функции многих переменных в критической точке при отсутствии ограничений.

5. Классическая задача математического программирования. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия локального условного экстремума функции нескольких переменных.

6. Классическая задача программирования. Метод множителей Лагранжа. Необходимые условия локального условного экстремума функции нескольких переменных.

Обыкновенные дифференциальные уравнения.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ (без доказательства).

2. Общее, частное и особое решения дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$. Взаимное расположение интегральных кривых уравнения.

3. Нормальная форма дифференциального уравнения n – го порядка, разрешенного относительно старшей производной.

4. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Структура общего решения. Существуют ли особые решения линейного ОДУ?

5. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными (определение, метод интегрирования на примере $xy' = \operatorname{tg} y$).

6. Однородное дифференциальное уравнение первого порядка. Сведение к уравнению с разделяющимися переменными.

7. Метод вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа) для поиска решения неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка (показать на примере $xy' - y = 1/x$).

8. Линейное дифференциальное уравнение n – го порядка с непрерывными коэффициентами и непрерывной правой частью. Проверка условий теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для этого уравнения.

9. Определитель Вронского для системы функций, формула Лиувилля (без доказательства). Теорема о линейной независимости n решений линейного дифференциального уравнения n – го порядка.

10. Теорема о множестве решений однородного линейного

дифференциального уравнения n – го порядка.

11. Однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение в случае существования простых корней характеристического уравнения.

12. Однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Его общее решение в случае существования кратных корней характеристического уравнения.

13. Однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение, когда характеристическое уравнение не имеет корней.

14. Структура частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида $P_m(x) \cdot e^{\lambda x}$, где $P_m(x)$ – многочлен m – ой степени, λ – действительное число). Метод неопределенных коэффициентов.

15. Структура частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида $P_m(x) \cdot \cos x$, где $P_m(x)$ – многочлен m – ой степени. Метод неопределенных коэффициентов.

16. Структура частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида $P_m(x) \cdot \sin x$, где $P_m(x)$ – многочлен m – ой степени. Метод неопределенных коэффициентов.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 324 с.

2. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 315 с.

3. Никитин, А. А. Математический анализ. Углубленный курс : учебник и практикум для вузов / А. А. Никитин, В. В. Фомичев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 460 с.

б) дополнительная литература

1. Аксенов, А. П. Математический анализ в 4 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. –

282 с.

2. *Аксенов, А. П.* Математический анализ в 4 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 344 с.

3. *Аксенов, А. П.* Математический анализ в 4 ч. Часть 3 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 361 с.

4. *Аксенов, А. П.* Математический анализ в 4 ч. Часть 4 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 406 с.

5. *Баврин, И. И.* Математический анализ : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2019. – 327 с.

6. *Капкаева, Л. С.* Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебное пособие для вузов / Л. С. Капкаева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 246 с.

7. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 206 с.

8. *Никитин, А. А.* Математический анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / А. А. Никитин. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 353 с.

9. *Плотникова, Е. Г.* Математический анализ для экономического бакалавриата : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 274 с.

10. *Потапов, А. П.* Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 256 с.

11. *Потапов, А. П.* Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 268 с.

12. *Рудык, Б. М.* Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для вузов / Б. М. Рудык, О. В. Татарников. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 356 с.

13. *Садовничая, И. В.* Математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной : учебное пособие для вузов /

И. В. Садовнича, Т. Н. Фоменко ; под общей редакцией В. А. Ильина. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 115 с.

14. *Чебышёв, П. Л.* Математический анализ / П. Л. Чебышёв ; ответственный редактор И. М. Виноградов ; сост. А. О. Гельфонд. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 393 с.

15. *Шагин, В. Л.* Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для вузов / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 245 с.

10. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

<http://primat.at.ua> – справочные материалы по высшей математике,
<http://book.ru-deluxe.ru> – электронные учебные пособия,
<http://en.wikipedia.ru> – созданная пользователями интернет-энциклопедия,
<http://mathworld.wolfram.com> – краткие энциклопедические статьи по математике,
<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk> – статьи по истории математики.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Информационные технологии охватывают все ресурсы, необходимые для управления информацией, особенно компьютеры, программное обеспечение и сети, необходимые для создания, хранения, управления, передачи и поиска информации. Информационные технологии, используемые в учебном процессе: компьютерные сети, терминалы (компьютер, сотовые телефоны, телевизор), услуги (электронная почта, поисковые системы).

Реализация учебной дисциплины требует наличия компьютерного класса со следующим обеспечением:

- из расчёта 1 помещение на 1 (одну) группу обучающихся и 1 (один) преподаватель предоставляется помещение с рабочими местами, с компьютерами (Автоматизированные Рабочие Места, АРМ), объединёнными в локальную сеть (ЛВС);
- преподавателю предоставляется учётная запись с правами локального и сетевого администратора на всех АРМ;
- характеристики АРМ: ОС не ниже Windows XP SP3, IE 6.0; аппаратное обеспечение: не ниже IntelPentium III 1000 МГц, 512 Мб RAM, 80 Гб HDD, SVGA (1024x768x32), 100 Мбит EthernetAdapter;
- характеристики сети: 100 Мбит FastEthernet, наличие доступа в

Интернет;

- проектор с возможностью подключения к разъему D-Sub и, желательно, DVI или возможность подключения Flash-накопителя;
- проекционный экран с белым проекционным полотном без крупных физических дефектов;
- ЛВС должна иметь высокоскоростное подключение к сети Internet.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные аудитории, аудитории для проведения практических занятий, оснащенные средствами для мультимедийных презентаций, цифровой аудио- и видео- фиксации и воспроизведения информации, компьютерной техникой с лицензированным программным обеспечением, пакетами правовых и других прикладных программ по тематике дисциплины.

При проведении практических и лекционных занятий, а также при выполнении самостоятельной работы используются такие программные продукты, как Word, Excel, PowerPoint, InternetExplorer.

Для более углубленного изучения дисциплины и рассмотрения ее практических аспектов предусмотрено использование систем СПС «Гарант» и СПС «Консультант Плюс», что дает возможность своевременно отслеживать изменения в нормативно-правовой базе, регламентирующей коммерческую деятельность организаций.

Реализация программы учебной дисциплины требует наличие учебного кабинета (аудитории). Оборудование учебного кабинета (аудитории) предполагает комплект специализированной мебели для:

- организации рабочего места преподавателя;
- организации рабочих мест обучающихся;
- рационального размещения и хранения средств обучения;
- организации использования аппаратуры.

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- библиотечный фонд ЧУ ВО «ИГА»;
- компьютерный класс с выходом в Интернет;
- мультимедийное оборудование для чтения лекций-презентаций.

При изучении дисциплины используются аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения: проектором, ноутбуком, интерактивной доской. Использование интернет-ресурсов предполагает проведение занятий в компьютерных классах с выходом в Интернет. В компьютерных классах обучающиеся имеют доступ к информационным ресурсам, к базе данных библиотеки. Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья необходимы специальные условия для получения образования.

В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья Институтом обеспечивается:

1. Наличие альтернативной версии официального сайта Института в сети «Интернет» для слабовидящих.

2. Присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь.

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху – дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; обеспечение надлежащими звуковыми средствами воспроизведения информации.

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия, обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекту питания, туалетные и другие помещения Института, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

13. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения)

Для повышения качества подготовки и оценки полученных знаний часть практических занятий планируется проводить в компьютерном классе с использованием компонентов Microsoft Office 2007, 2008, 2010: Word, Excel, Access, PowerPoint, Visio, 1С: Предприятие.